20. Find the shortest distance between the lines $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$ and $\frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-4}{5}$.

$\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$ மற்றும் $\frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-4}{5}$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட மீச்சிறு தூரத்தை காண்க.

Shanmuga Industries Arts & Science College Library
Tiruvannamalai.
Pin: 606 603

APRIL/MAY 2023

BAMA25B/FAMA25B/CAMA25B/UAMA25B — MATHEMATICAL FOUNDATIONS — II

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Define Rank of a matrix.

வரையறு : அணியின் தரம்

2. If $A=\begin{pmatrix}5 & 4\\ 10 & 8\end{pmatrix}$ does A^{-1} exist?

$A=\begin{pmatrix}5 & 4\\ 10 & 8\end{pmatrix}$ எனில் A^{-1} உண்டா?

3. State Cayley Hamilton theorem.

கெய்லி ஹேமில்டன் தேற்றத்தை எழுதுக.

4. Find the rank of the matrix $A=\begin{bmatrix}3 & 0\\ -2 & 0\end{bmatrix}$.

$A=\begin{bmatrix}3 & 0\\ -2 & 0\end{bmatrix}$-ன் தரம் காண்க.

12. (a) Show that the equations $x + y + z = 6$, $x + 2y + 3z = 14$, $x + 4y + 7z = 30$ are consistent and solve them.

$x + y + z = 6$, $x + 2y + 3z = 14$, $x + 4y + 7z = 30$ என்ற சமன்பாடுகள் முரண்பாடு இல்லாதவை என நிருபித்து சமன்பாடுகளின் தீர்வு காண்க.

Or

(b) Find the eigen values of the matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் ஐகன் மதிப்புகளைக் காண்க.

Shanmuga Industries Arts and Science College (Co-Ed.) Library
Tiruvannamalai.
Pin: 606 603.

13. (a) Evaluate $\int \frac{2x+3}{x^2+x+1} dx$.

$\int \frac{2x+3}{x^2+x+1} dx$ -ன் மதிப்பு காண்க.

Or

(b) Evaluate $\int \frac{dx}{5 - 3\cos x}$.

$\int \frac{dx}{5 - 3\cos x}$ -ன் மதிப்பு காண்க.

14. (a) Show that $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x dx = -\frac{\pi}{2} \log 2$.

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x dx = -\frac{\pi}{2} \log 2$ எனக் காட்டுக.

Or

(b) Evaluate $\int e^{ax} x^3 dx$.

$\int e^{ax} x^3 dx$ -ன் மதிப்பு காண்க.

15. (a) Find the image of the point $(2, 3, 4)$ in the plane $x - 2y + 5z = 6$.

$(2, 3, 4)$ என்ற புள்ளியின் பிம்பத்தினை $x - 2y + 5z = 6$ என்ற தளத்தில் காண்க.

Or

(b) Find the equation of the plane passing through (−1, 1, 1) (1, − 1, 1) and prependicular to the plane $x + 2y + 2z = 5$.

(−1, 1, 1) மற்றும் (1, − 1, 1) என்ற புள்ளிகள் வழியேச் செல்லக் கூடியதும் $x + 2y + 2z = 5$ என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் அமைந்த தளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Solve the following simultaneous equations.

$$x + 2y + 5z = 23$$
$$3x + y + 4z = 26$$
$$6x + y + 7z = 47$$

கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒருங்கமைச் சமன்பாடுகளை தீர்க்க.

$$x + 2y + 5z = 23$$
$$3x + y + 4z = 26$$
$$6x + y + 7z = 47$$

10. Write down the formula for the normal form of the equation of a plane.

தளத்தின் செங்கோட்டு அமைப்பு சமன்பாட்டிற்கான வாய்ப்பாட்டை எழுதுக.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

Shanmuga Industries Arts and Science College (Co-Ed.) Library
Tiruvannamalai.
Pin: 606 603.

11. (a) Find the rank of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

Or

(b) If $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ find A^{-1}.

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ எனில் A^{-1}-ஐக் காண்க.

5. Evaluate $\int xe^x dx$.

மதிப்பிடுக $\int xe^x dx$.

6. Evaluate $\int (2+x)^3 \, dx$.

மதிப்பிடுக $\int (2+x)^3 \, dx$.

7. Prove that $\int_a^b f(x)\, dx = -\int_b^a f(x)\, dx$.

நிறுவுக $\int_a^b f(x)\, dx = -\int_b^a f(x)\, dx$.

8. Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x dx$.

மதிப்பிடுக $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x dx$.

9. Find the angle between the planes $2x - y + z = 6$ and $x + y + 2z = 7$.

$2x - y + z = 6$ மற்றும் $x + y + 2z = 7$ எனும் தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்.

17. Using Cayley-Hamilton theorem find the inverse of the matrix $\begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ -6 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ -6 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ என்ற அணிக்கு ஹேலே-ஹாமில்டன் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, எதிர் அணியைக் காண்க.

18. Evaluate

(a) $\int \frac{dx}{2\sin^2 x + 3\cos^2 x}$

(b) $\int \frac{dx}{13 + 12\cos x}$

மதிப்பிடுக :

(அ) $\int \frac{dx}{2\sin^2 x + 3\cos^2 x}$

(ஆ) $\int \frac{dx}{13 + 12\cos x}$

19. Find the area of one loop of the curve $r = a\cos 3\theta$.

$r = a\cos 3\theta$ என்ற வளைவரையின் ஒரு வளைவின் பரப்பு காண்க.